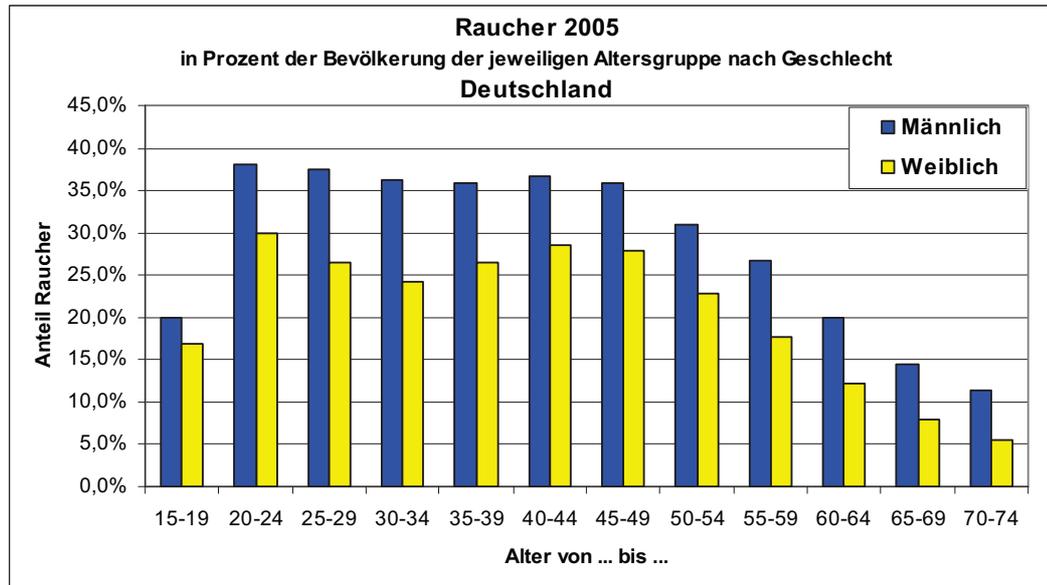


M2. STOCHASTIK

SI.

BE

Folgendes Diagramm zeigt Daten zum Rauchverhalten in bestimmten Altersgruppen, die das Statistische Bundesamt im Rahmen einer repräsentativen statistischen Erhebung, dem Mikrozensus 2005, veröffentlicht hat.



Dem Diagramm kann man beispielsweise entnehmen, dass 36 % der 35-39-jährigen Männer rauchen. Somit kann im Folgenden davon ausgegangen werden, dass die Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Mann aus dieser Altersgruppe raucht, 36 % beträgt.

- 2 1. a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein zufällig ausgewählter 20-24-jähriger Mann Nichtraucher?
- 2 b) Wie viel Prozent der Bevölkerung in der Altersgruppe der 20-24-Jährigen rauchen, wenn man davon ausgeht, dass in dieser Altersgruppe gleich viele Frauen und Männer sind?
- 3 c) In einem Zeitungsartikel steht, dass 2005 die Anzahl rauchender Männer im Alter von 40 bis 44 Jahren mit 1,3 Millionen größer war als die entsprechende Anzahl bei den 20-24-Jährigen mit 0,9 Millionen. Erläutern Sie, inwiefern die Zeitungsmeldung mit dem obigen Diagramm in Einklang stehen kann.
- 4 2. Vier Frauen wurden zufällig ausgewählt. Zwei gehören zur Altersgruppe der 20-24-Jährigen und je eine zur Gruppe der 15-19-Jährigen bzw. 60-64-Jährigen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter ihnen mindestens eine Raucherin ist.

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
	3. Zehn 20-24-jährige Frauen wurden zufällig ausgewählt.
4	a) Bestimmen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für die Ereignisse A: „Unter ihnen sind genau drei Raucherinnen“ und B: „Unter ihnen sind höchstens vier Raucherinnen“.
5	b) Ein Skeptiker meint, dass die Raucherrate unter den 20-24-jährigen Frauen höher als 0,3 ist. Er testet die Nullhypothese $H_0: p \leq 0,3$, wobei p die Wahrscheinlichkeit dafür angibt, dass eine 20-24-jährige Frau raucht. Er stellt jeder der 10 ausgewählten Frauen die Frage „Sind Sie Raucherin?“ und erhält folgendes Antwortprotokoll: „ja – nein – ja – nein – ja – ja – nein – nein – nein – ja“. Untersuchen Sie, ob das Ergebnis der Befragung die Meinung des Skeptikers auf einem Signifikanzniveau von 5 % stützt.
	4. Zehn Raucher entschließen sich zu einer Entwöhnungskur. Zwei von ihnen sind starke Raucher, d. h. ihr Zigarettenkonsum übersteigt 20 Zigaretten pro Tag. Die Erfolgchancen der Behandlung liegen bei einem starken Raucher bei 60 %, bei einem nicht starken Raucher bei 70 %.
2	a) Wählen Sie die beiden Terme aus, welche die Wahrscheinlichkeit beschreiben, dass bei genau fünf der acht nicht starken Raucher die Entwöhnung erfolgreich ist. (i) $\binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$ (ii) $0,7^5 \cdot 0,3^3$ (iii) $1 - \binom{8}{3} \cdot 0,3^3 \cdot 0,7^5$ (iv) $\binom{8}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^3$ (v) $\binom{8}{5} \cdot 0,7^5 \cdot 0,3^3$ (vi) $\binom{8}{3} \cdot 0,7^3 \cdot 0,3^5$
5	b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Entwöhnung bei mindestens neun Personen der ganzen Gruppe Erfolg hat.
3	c) Im Verlauf der Behandlung wird ein Medikament getestet, das die Entwöhnung unterstützen soll. Fünf zufällig ausgewählte Gruppenmit- glieder bekommen das Medikament, die anderen ein Placebo. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die beiden starken Raucher das Medikament bekommen.
30	

BE	SII.
	<p>1. Graphologen beschäftigen sich mit der Analyse von Handschriften. Ein Graphologe bewirbt sich um eine Stelle. Der Personalchef der betreffenden Firma möchte ihn testen und legt ihm dazu Schriftproben vor. Jede Schriftprobe stammt entweder von einer entscheidungsfreudigen oder einer zögerlichen Person. Dies wird dem Bewerber mitgeteilt.</p>
5	<p>a) Man plant, den Bewerber einzustellen, wenn er bei mehr als zwei Drittel von zwölf vorgelegten Schriftproben richtig entscheidet. Begründen Sie, dass der Bewerber die Stelle mit mehr als 7 % Wahrscheinlichkeit bekommen würde, wenn er nur rät.</p> <p>Dem Personalchef ist es zu riskant, dass ein nur ratender Bewerber die Stelle mit mehr als 7 % Wahrscheinlichkeit bekommt. Er fordert, den Test so zu modifizieren, dass die Einstellungschance eines nur ratenden Bewerbers unter 3 % gedrückt wird. Man entscheidet sich, die Anzahl vorgelegter Schriftproben auf 30 zu erhöhen und bei mehr als zwei Drittel eine richtige Entscheidung zu verlangen.</p>
3	<p>b) Zeigen Sie, dass bei dem modifizierten Testverfahren die Forderung des Personalchefs erfüllt wird.</p>
3	<p>c) Der Graphologe interessiert sich anders als der Personalchef mehr dafür, dass seine Fähigkeiten fälschlicherweise nicht erkannt werden. Er schätzt, dass er bei jeder einzelnen Schriftprobe mit 75 % Wahrscheinlichkeit richtig entscheidet. Bestimmen Sie, wie hoch in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit ist, dass er bei dem modifizierten Test als ratend eingestuft wird.</p>
2	<p>d) Das modifizierte Testverfahren kann als einseitiger Hypothesentest mit dem Signifikanzniveau 3 % gedeutet werden. Geben Sie die zugehörige Nullhypothese und den Ablehnungsbereich an.</p>
	<p>2. Man liest gelegentlich, dass eine nach rechts geneigte Handschrift einen Hinweis auf Aufgeschlossenheit darstellt. In einer Abteilung mit 50 Angestellten gelten 35 als aufgeschlossen. 40 % der als aufgeschlossen geltenden Angestellten haben eine Handschrift, die nicht nach rechts geneigt ist. Weiter ist bei 6 Angestellten, die nicht als aufgeschlossen gelten, die Handschrift nach rechts geneigt.</p> <p>Die Ereignisse R: „Ein zufällig ausgewählter Angestellter hat eine nach rechts geneigte Handschrift“ und A: „Ein zufällig ausgewählter Angestellter gilt als aufgeschlossen“ sollen auf stochastische Abhängigkeit untersucht werden.</p>

(Fortsetzung nächste Seite)

BE	
4	a) Stellen Sie die beschriebene Situation in einem vollständig beschrifteten Baumdiagramm oder in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.
2	b) Begründen Sie, dass die Ereignisse A und R stochastisch abhängig sind.
2	c) Von den im Vortext gegebenen Zahlenwerten soll nur der Prozentsatz 40 % so abgeändert werden, dass die Ereignisse R und A stochastisch unabhängig sind. Geben Sie den geänderten Wert an.
	3. Es ist bekannt, dass 25 % aller Unternehmen bei Neueinstellungen ein graphologisches Gutachten, d. h. eine Analyse der Handschrift des Bewerbers, zu Rate ziehen. Ein Stellensuchender bewirbt sich bei 20 Firmen.
2	a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass genau fünf dieser Unternehmen ein graphologisches Gutachten einholen.
3	b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Unternehmen, die ein graphologisches Gutachten einholen, kleiner als der zugehörige Erwartungswert ist.
4	c) Begründen oder widerlegen Sie folgende Aussage: „Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Zufallsvariable einen Wert annimmt, der kleiner als ihr Erwartungswert ist, beträgt höchstens 50 %.“
30	